Caibidil IV

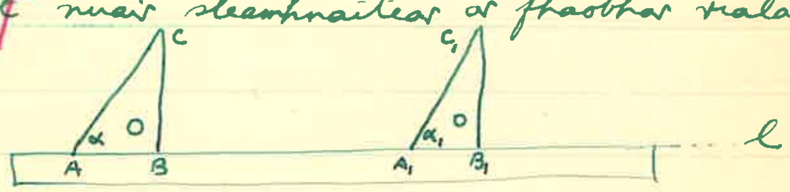
Aistriú an Phlána, Paralléileacht.

Nuair castar plána timpeall ar phointe dhe, stuaigh ciorcail is ea lorg gach pointe den phlána (cé is moite de lár an chasta). Sa gcaibidil seo is mian linn trácht ar chaoi eile chun plána a shleamhnú air féin, ionnas gur ar dhronlíne a ghluaiseas pointe ar bith.

Aistrigh leabhar ar dhromchla an bhúird i gcaoi go sleamhnaíonn ciumhais den leabhar fan dronlíne a marcáiltear ar an mbord ~~roimh ré~~. Feicfear nach mbaineann casadh nó iompó don leabhar san imtheacht dó.

Línigh fíoghair phlánach agus dronlíne éigin l ar do pháipéar, agus rianuigh arís iad ar pháipéar thré-shoillseach a leagtar anuas orthu. Sleamhnuigh an páipéar uachtarach ar an gceann íochtrach ~~thíos~~ i gcaoi go bhfanann rian na dronlíne l ar l féin ar feadh na gluaiseachta. Léiríonn sé sin ceard a bhaineas d'ionad na fíoghaire de bharr an aistrithe.

Tugtar *aistriú* an phlána fan na dronlíne l ar an gcineál sin gluaiseachta. Is aistriú a cuirtear i ngníomh ar dhronbhacart nuair sleamhnaítear ar fhaobhar rialach é.



Tá dhá threo chontrárdha ar l chun aistriú a dhéanamh ionnta, viz. (i) nuair is ó A go dtí A_1 a thugheas A, agus (ii) an t-aistriú ina ngluaiseann A_1 go dtí A, a chuireas an chéad aistriú ar neamhní.

Má 's é B_1 an t-ionad a ghabhas B san aistriú ó A go dtí A_1, luiteann AB anuas go cruinn ar A_1B_1. Mar an gcéanna cuirfear géaga na h-uilleann $\hat{\alpha}$ ar ghéaga na h-uilleann $\hat{\alpha}_1$. Luíonn sé le réasún a rá go bhfuil $A_1B_1 = AB$, agus $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$, agus ní miste an prionsabal seo a leanas a chur ar bun:

Bun-Phrionnsabal III.

Is cómhfhada na línte agus is cómhméad na h-uilleacha go ~~leagtar~~ luíonn ceann acu go cruinn ar an gceann eile de bharr an plána a aistriú.

~~luíonn~~

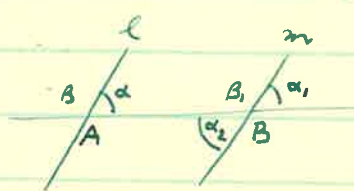
Cinneann aon dá phointe ar bith A is A_1, aistriú áirithe, viz. an t-aistriú fan AA_1 ina gcuirtear A anuas ar A_1. 'Sé an t-aistriú ó A_1 go dtí A an t-aistriú contrárdha.

Ó thárla $AB = A_1B_1$, tá $AA_1 = BB_1$, agus dá bhrí sin cuireann na pointí difriúla ar $\underline{l}$ an fhad chéanna díobh. Fágann sin gurb é an t-aistriú céanna é A go dtí A_1 nó B go dtí B_1.

Téarmaí

Treasnaí a tugtar ar dhronlíne a ghearras dhá dhronlíne eile.

h → t Dronlínte parallélacha isea dhá dhronlíne gur féidir líne acu a leagan ar an líne eile le h-aistriú.



Má's ar an bparalléil $\underline{m}$ a cuirtear $\underline{l}$ de bharr áistriúithe fan AB, ó A go dtí B, is soiléir go leagtar an uille $\hat{\alpha}$ anuas ar $\hat{\alpha}_1$. Tugtar uilleacha freagarthacha orthu siúd, agus uilleacha freagarthacha isea $\hat{\beta}$ agus $\hat{\beta}_1$ freisin. Uilleacha alteárnacha a tugtar ar $\hat{\alpha}$ agus $\hat{\alpha}_2$.

Teoirim IX

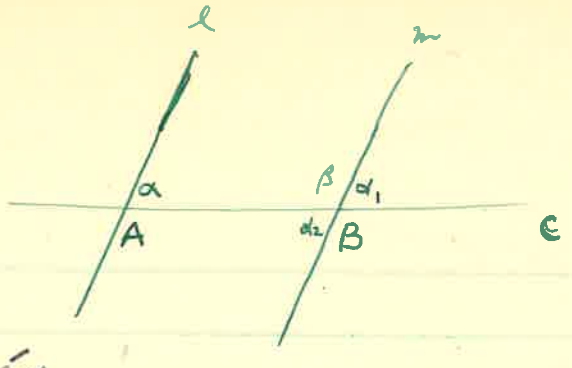
Má ghearann treasnaí dhá dhronlíne eile i gcaoi go bhfuil,

(i) na h-uilleacha freagarthacha ar cómhméad,

nó (ii) na h-uilleacha alteárnacha ar cómhméad,

nó (iii) suim an dá uillinn istigh atá ar aon taobh amháin den treasnaí cothrom le dhá dhronuillinn,

ansin dronlínte parallélacha isea an dá dhronlíne.



(i) Hipotéis

Trasnaí is ea AB a ghearras l, m ionnus go bhfuil $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$

Tátall

Línte parallélacha is ea l, m.

Cruthúnas.

De bharr an plána a aistriú fan AB ó A go dtí B, sleamhnaíonn an dronlíne AB uirthi féin.

$\therefore$ buntear AB fan BC.

Ach, ó tharla $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$, is ar m a leagtar an ghág l.

$\therefore$ Tá l parallélach le m de réir an t-sonnruithe.

(ii) Hipotéis. Tá na h-uilleacha altéarnacha $\hat{\alpha}, \hat{\alpha}_2$ ar cómhméad.

Tátall Línte parallélacha is ea l, m.

Cruthúnas

Tugtar $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_2$. Ach tá $\hat{\alpha}_2 = \hat{\alpha}_1$ (teoirim II)

$\therefore$ Tá $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$, agus línte parallélacha is ea l, m, de réir (i).

(iii) Hipotéis Is ionann agus dhá dhronuillinn an tsuim $\hat{\alpha} + \hat{\beta}$.

Tátall Línte parallélacha is ea l, m.

Cruthúnas.

Tugtar $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$. Ach tá $\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta} = 180°$ (teoirim I).

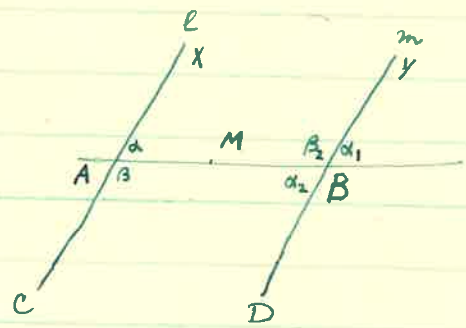
Fágann sin $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$, ionnus gur línte parallélacha iad de réir (i).

Q.E.D.

Teoirim XV

(a) Is féidir dronlíne a leagan anuas ar dhronlíne pharalléalaigh de bharr an plána a chasadh trí 180°.

(b) Ní fhéadfadh dhá dhronlíne pharalléalacha a theagmháil le chéile.



(a) Hipotéis

Tá aistriú éigin ann (ó A go dtí B, abair) a leagas $\underline{l}$ ar $\underline{m}$

Tógáil

Faigh M lár na dronlíne AB.

Tátall

Leagtar $\underline{l}$ ar m (agus cuirtear $\underline{m}$ ar $\underline{l}$) de bharr chasta trí 180° timpeall M.

Cruthúnas

De bhrí go gcuirtear $\underline{l}$ ar $\underline{m}$ de bharr an aistruithe ó A go dtí B,
tá $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$. Ach tá $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$ (teoirim II).

Fágann sin $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_2$, agus mar an gcéanna tá $\hat{\beta} = \hat{\beta}_2$.

Má castar an plána trí 180° timpeall M, cuirtear MA fan na líne MB, agus ó tharla MB = MA is anuas ar B a thuiteas A.

Ach de thairbhe $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_2$ is fan na líne BD a leagfar AX.

∴ Cuirtear $\underline{l}$ fan na dronlíne $\underline{m}$, agus mar an gcéanna cuirtear $\underline{m}$ fan $\underline{l}$.

Q.E.D.

(b) Hipotéis Dronlínte paralléalacha isea $\underline{l}$, $\underline{m}$.

Tátall ní féidir leo ~~a~~ teagmháil le chéile, fiú tríd ina síntear iad.

Cruthúnas

Dá ngearradh AX is BY i bpointe Z thuas, de bharr an chasta trí 180° timpeall M cuirfí Z ar phointe teagmhála BD agus AC thíos, ionnus go mbeadh dhá phointe theagmhála ag na dronlínte $\underline{l}$ is $\underline{m}$.

Ach ní fhéadfadh sé sin a bheith amhlaidh.

∴ Ní ghearrann $\underline{l}$ is $\underline{m}$ a chéile thuas ná thíos.

Q.E.D.

Ar chruthú é seo a chruthú féin, de bharr aistrithe amháin? Nuair a tugtar an t-aistriú $\vec{AB}$ do l, aistrítear Z (atá ar m) i líne dhíreach go pointe eile Z, de m, agus ní [illegible] fan m a aistriú an t-aistriú.

Atora. Ní féidir aistriú a chur i ngníomh le casadh singil timpeall ar phointe ar bith.

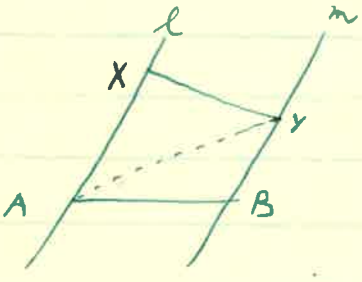
Mar, dá mba phointe é Z nár chorraigh, cuirfí ZA ar ZB ~~ZX ar ZY~~ agus ba phointe leathgmhála atá dhronlíne pharallélacha é Z.

Nóta. Sin dhá chaoi chun $\underline{l}$ a leagan anuas ar an bparallélí $\underline{m}$, agus an pointe A a thuitim ar B, viz. (i) an plána a aistriú fan AB, agus (ii) an plána a chasadh trí 180° timpeall M.

Is contrárdha dá chéile áfach na treónna go leagtar $\underline{l}$ iontu san dá chás.

Acsióm Playfair

De réir an tsonnruithe nuair tuigtar dhá dhronlíne a bheith parallélach, is ionann é is a rá go bhfuil aistriú amháin ann, ar a laghad, a leagas $\underline{l}$ ar $\underline{m}$; e.g. ó A go dtí B fan na dronlíne AB.



Má's treasnaí eile é AY, is léir go gcuirfear $\underline{l}$ ar $\underline{m}$ arís de bharr an dá aistriú ó A go dtí B agus ó B go dtí Y ina chéile, ach is ar an bpointe Y a thuitfeas A anois.

Dá n-aistrítí an plána ó A go dtí Y fan na dronlíne AY, cuirfí A ar Y agus leagfaí $\underline{l}$ ar pharallélí éigin trí Y. Ní léir dúinn anois ~~áfach~~ áfach (agus ní féidir a chruthú le bun-phrionnsabal III) gur anuas go cruinn ar $\underline{m}$ a leagfar í.

Gheofar amach le triálacha áfach gur mar sin atá, ionnas gur mar a chéile an dá aistriú A go dtí B agus B go dtí Y as a chéile, agus an t-aistriú singil A go dtí Y.

Mar an gcéanna má's pointe ar bith eile é X ar l, is ionann an t-aistriú X go dtí Y agus an dá aistriú X go dtí A agus A go dtí Y as a chéile, rud a leagas l ar m arís, ach go dtiteann an pointe X ar an bpointe Y dá bharr.

'Séard a léiríos na triálacha sin gur cuma cén pointe de l a cuirtear ar Y de bharr aistriuithe, is fan na líne m a cuirtear l i gcomhnaí, ionnas gurb é m an t-aon dronlíne amháin trí Y atá paralléileach le l.

Bun-Phrionnsabal IV (Aicsiom Playfair)

Trí phointe ar bith ar phlána, ní théigheann ach dronlíne amháin atá paralléileach le dronlíne áirithe.

Is furasta a theaspáint gurb ionann acsiom Playfair agus teoirim ar bith den dá theoirim seo a leanas.

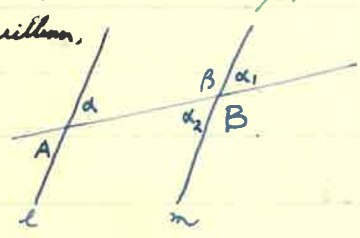
Teoirim XII (Coinvéarsa Teoirme IX)

Má ghearrann trasnaí ar bith dhá dhronlíne pharalléileacha, tá,

(i) na h-uilleacha freagarthacha ar cómhméad,

(ii) na h-uilleacha ailtéarnacha ar cómhméad,

(iii) suim an dá uillinn istigh atá ar aon taobh amháin cothrom le dhá dhronuillinn.



Hipotéis Trasnaí ar bith ica AB a ghearras na dronlínte ~~paralléileacha~~ paralléileacha l agus m

Tátall Tá (i) $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$; (ii) $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_2$; (iii) $\alpha + \beta = 180°$.

Cruthúnas

Nuair a h-aistrítear an plána fan AB go gcuirtear A ar B, leagtar an dronlíne l anuas ar m. (Acsiom Playfair).

(i) $\therefore$ Leagtar $\hat{\alpha}$ anuas ar an uillinn fheagarthaigh $\hat{\alpha}_1$ $\therefore$ $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$.

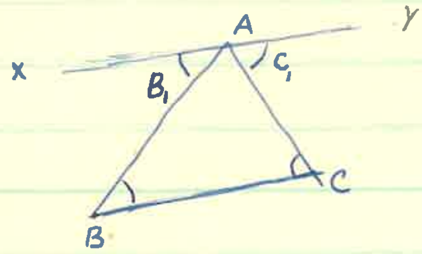
(ii) Ó tharla $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$ (teoirim II), fágann sin $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_2$.

(iii) Tá $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta} = 180°$ (teoirim I)

Q.E.D.

Teoirim XIII

I dtriantán ar bith is ionann suim na dtrí n-uilleann istigh agus dhá dhronuillinn.



Hipotéis Triantán is~~ea~~ ABC.

Tógáil Abair gurb í XAY an t-aon pharailéil amháin le BC a ghabhas tré A.

Tátall Tá $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$.

Cruthúnas

Ó's trasnaí é AB a ghearras na línte parailéalacha BC, XY, tá na huilleacha alteárnacha $\hat{B}$ agus $\hat{B}_1$ ar cómhméad.

Mar an gcéanna trasnaí eile is~~ea~~ AC, ionnus go bhfuil $\hat{C} = \hat{C}_1$.

Fágann sin $\hat{B} + \hat{A} + \hat{C} = \hat{B}_1 + \hat{A} + \hat{C}_1 = 180°$ (teoirim I).

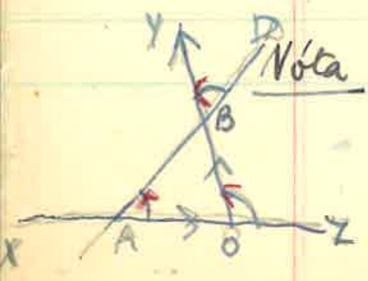
Q.E.D.

Atora

Má síntear slios triantáin is ionann an uille amuigh agus suim an dá uillinn neamhchómhgaracha istigh.

Mar ~~is~~ is é fóirlíon na huilleann comhgaraí í, agus sin suim an dá uillinn eile de réir na teoirme.

[illegible]?



Nóta

Má's bothair dhíreacha iad XZ is OB, ~~[illegible]~~ casadh tré'n uillinn $Z\hat{O}B$ le déanamh ag O, ag gluaisteánaí a thagas ó X agus gur mian leis iompó i dtreó Y. Sin casadh an-ghéar. Má tá bothar eile AB trasna áfach, ttg leis dhá iarracht a thabhairt faoi i.e. $O\hat{A}B$ ag O agus $D\hat{B}Y$ ag B. Féach gurb ionann ~~suim~~ an dá chasadh bheag agus an casadh iomlán ag O.

measain fur fearr "parallélach" agus ~~parallélogram~~ = parallélogram a ...

Téarmaí Scríobhtar an nod // in áit "parallélach".

Parallélogram isea ceathairshleasán ar bith ina bhfuil gach slios // leis an slios atá ós a chóir. Scríobhtar ▱ in áit "parallélograim" amanta.

Cleachtaithe

1) Má tá $\hat{\lambda} = 60^\circ$ sa bhfioghair i dteoirim X, faigh $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$, $\hat{\beta}$.

2) Línigh ar do pháipéar dhá dhronlíne // trí dronbhacart a sleamhnú ar fhaobhar rialach. Tarraing trí treasnaithe ar bith agus faigh le h-uilleanntomhas na h-uilleacha altéarnacha.

3) Trí dronlínte isea l, m, n. Tá l // le m, agus tá m // le n. Tarraing treasnaí ar bith agus ~~ainmnigh~~ luaidh aistriú (i) a chuireas l ar m; (ii) a chuireas m ar n; (iii) a chuireas l ar n.

Má tá dhá dhronlíne // le dronlíne eile, cruthuigh go bhfuil siad féin // le chéile.

4) Tá dhá dhronlíne ⊥ le dronlíne áirithe; cruthuigh go bhfuil siad //.

5) Cordaí cómhfhada i gciorcal isea AB, CD congas go bhfuil na mion-stuanna AB is CD sa treó céanna ar an imlíne. Cruthuigh de thairbhe cheiste 4 go bhfuil AD // le BC.

6) Teagmhaíonn dhá dhronlíne l, m le chéile i bpointe A, agus táid // leith ar leith le dhá dhronlíne eile l_1 agus m_1 a ghearras a chéile in B. Cruthuigh gurb ionann an uille dheimhneach idir l is m agus an uille dheimhneach idir l_1 is m_1.

[Lide: an t-aistriú ó A go dtí B a bhreithniú]

7) De thairbhe (6) cruthuigh go bhfuil gach uille i bparallélogram cothrom leis an uillinn atá ós a cóir.

8) I ~~bparallelogram~~ bparallélogram ar bith ceithre dronuilleacha isea suim na gceithre n-uilleann istigh.

9) Tarraing triantán ar bith OAB agus aimsigh ionad nua OA_1B_1 an triantáin sin arna chasadh tré 180° timpeall O.

Cruthuigh go bhfuil B_1A_1 // le AB.

10) Pointí isea X, Y ar shleasa an triantáin chómhchosaigh ABC congas go bhfuil XY // leis an mbonn BC. Cruthuigh gur △ cómhchosach eile é AXY.

11) I dtriantán cómhshleasach ar bith, teaspáin go bhfuil 60° in gach uillinn.

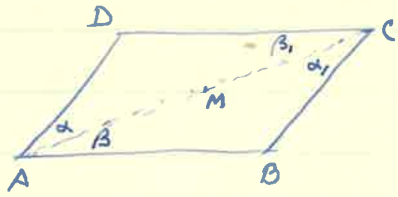
12) I dtriantán cómhchosach áirithe is mó faoi dhó gach bonn-uille ná an stuacuille. Aimsigh toisí na dtrí n-uilleann.

13) Pointe isea P taobh istigh den △ ABC. Cruthuigh
$\hat{BPC} = \hat{BAC} + \hat{ABP} + \hat{ACP}$.

[Lide: sín an líne AP agus breithnigh uilleacha na △ BAP agus CAP]

Teoirim XIII

Nuair a h-aistrítear plána, is comhfhada, parallélach na dronlínte go léir a cheanglaíos ionad tosaigh agus ionad deiridh gach pointe.



Hipotéis Cuirtear A ar B, agus cuirtear D ar C de bharr aistriuithe áirithe, ionnus go leagtar AD anuas ar an bparalléil BC.

∴ Tugtar AD = agus // le BC.

Tátall Tá AB = agus // le DC.

Tógáil Faigh M, lár na dronlíne AC.

Cruthúnas

Má castar an plána tré 180° timpeall M, cuirtear A ar C agus leagtar AD fan na dronlíne CB (teoirim XI).

Ó tharla AD = BC, is anuas ar B a thuiteas D, agus mar an gceanna tuiteann B ar D.

Fágann sin go gcuirtear AB ar CD, ionnus go bhfuil siad comhfhada.

De bhrí go leagtar $\hat{\beta}$ ar an uillinn alteornaigh $\hat{\beta}_1$, tá AB // le DC (teoirim XII)

∴ Tá AB = agus // le DC.

Q.E.D.

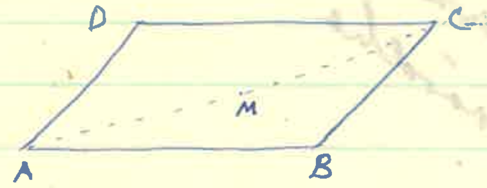
Atora 1 Parallélogram isea ceathairshleasán ar bith gur comhfhada, parallélach dhá shlios de atá ar aghaidh a chéile ann.

Atora 2

Má tá dhá dhronlíne (mar AB is DC thuas) comhfhada, parallélach, 'sé an t-aistriú céanna a bhreacas siad.

Teoirim XIV (Suimēitreacht an Pharalléilograim)

Is air féin ar ais a leagtar parallélogram de bharr an plána a chasadh tré 180° timpeall phointe áirithe



Hipotéis Parallélogram ~~is~~ ea ABCD .i. tá AB // le DC, agus tá AD // le BC.

Tógáil Faigh M, lár an treasnáin AC.

Tátall Is air féin ar ais a leagtar ABCD de bharr chasta tré 180° timpeall M.

Cruthúnas

Treasnaí ag an dá dhronlíne // AB, DC is ea AC, agus de réir teoirme XI cuirtear A ar C agus leagtar AB fan CD, de bharr chasta tré 180° timpeall M.

Treasnaí ag an dá dhronlíne // AD, BC ~~is~~ ea AC freisin, agus mar an gcéanna cuirtear CB fan AD de bharr an chasta sin.

Fágann sin go gcuirtear B, pointe lea~~f~~gmhála AB is CB, ar phointe thea~~f~~gmhála CD is AD .i. ar D.

∴ Leagtar gach rinn ar an rinn ós a chóir, agus leagtar gach slios ar an slios ar a aghaidh.

Q.E.D.

Atora Síolraíonn na tréithre seo go léir as suimēitreacht an pharallélograim:—

(i) Tá AB = DC, agus tá AD = BC.

(ii) Tá $D\hat{A}B = D\hat{C}B$, agus tá $A\hat{B}C = A\hat{D}C$.

(iii) 'Sé M lár an treasnáin BD freisin, mar leagtar B ar D.

(iv) Má ghearrann dronlíne ar bith tré M dhá shlios, atá ar aghaidh a chéile, sna pointí X is Y, tá MX = MY.

[Mar cuirtear MX ar MY de bharr an chasta tré 180°]

(v) Triantáin congrúacha ~~is~~ ea ABC agus CDA.

taispeántar

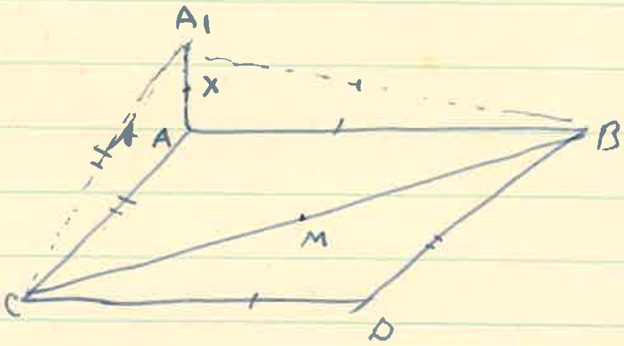
Teorma Chun fírinne teoirime a chruthú, is furasta ~~uaint~~ amantaí a théaspáint nach féidir í a shéanadh. 'Sé sin, teaspáintear go bhfuil contrárdha na teoirime bréagach agus fágann sin go gcaithfidh an teoirim féin a bheith fíor.

Cruthúnas neadíreach a tugtar ar a leithéid sin de chruthúnas

os cóir (sic) in áiteacha eile

Teoirim XV (X)

Má's comhfhada i gceathairshleasán na sleasa atá ar aghaidh a chéile, is parallélogram an ceathairshleasán



Hipotéis Sa 4-sl. ABCD tá $AB = CD$ ~~$DA = CB$~~, agus tá $AC = BD$

Tátal Parallélogram is ea ABCD

Cruthúnas Cas an Δ CBD trí 180° timpeall lár CB.

Taispeántar ~~Teaspáintear~~ go dtuiteann D ar A ~~toir~~ toisc nach féidir leis dul in áit ar bith eile.

Má thuiteann D ar A_1, beidh $CD = BA_1$ agus $DB = A_1C$

Ach tugtar $AB = CD$ agus $AC = DB$.

$\therefore$ Tá $AB = BA_1$, agus $AC = A_1C$ ionnas gur dhá thriantán chomhchosacha iad CAA_1, agus BAA_1, ar an mbonn AA_1.

Má's pointí difriúla iad A agus A_1, ~~agus má sé X lár AA_1~~, fágann sin go gcomhroinneann ~~CX agus BX~~ BC an líne AA_1, go h-ingearach (Teoirim IV)

Ach ní féidir é sin mar tá A, A_1 ar an taobh chéanna de BC.

$\therefore$ Ní féidir gur ~~Fágann sin nach~~ pointí difriúla iad A agus A_1, ionnas go gcuirtear an Δ CDB anuas ar Δ BAC de bharr a chasta trí 180° timpeall M.

$\therefore$ parallélogram is ea ABCD (Teoirim XIV)

Cleachtaithe

1) Má tá uille pharalléilograim ina dronuillinn, cruthuigh gur dronuilleacha iad na h-uilleacha uilig.

Tugtar dronuilleóg ar an gcineál paralléilograim sin.

2) Má tá na sleasa go léir i bparalléilogram cómhfhada le chéile, deimhnigh gur aisí suiméitreachta iad an dá threasnáin, agus go bhfuil na treasnáin ingearach le chéile.

[Rhombus isea an ▱ sa gcás sin. Má's dronuilleóg agus rhombus é an ▱, tugtar cearnóg air]

3) Ó dhá phointe P, Q ar dhronlíne l tarraingítear ingir PX agus QY ar dhronlíne pharalléiligh m. Bruthuigh (i) go bhfuil PX = QY; (ii) má's pointí ar bith iad L, M ar l agus m, go bhfuil LM níos faide ná PX, mura bhfuil LM ⊥ le m

4) Sa gceathairshleasán ABCD cómhroinneann na treasnáin a chéile. Bruthuigh gur ▱ é ABCD.

stet

5) I gceathairshleasán ABCD is ~~cómhfhada na sleasa~~ cómhméid do na h-uilleacha atá ar aghaidh a chéile. Bruthuigh gur ▱ é ABCD.

[Líde: ~~línigh AB_1C scáth an △ABC in ais suiméitreachta an treasnán AC. bruthuigh ∠ACD = ∠CAD$_1$ = ∠CAB~~ Cuimhnighe gurb ionann suim na gceithre n-uilleann agus ceithre dronuilleacha]

6) Is cómhfhada na h-ingir ó phointe P ar dhá dhronlíne // l agus m. Bruthuigh go gcómhroinneann P treasnaí ar bith tré P.

7) Sa ▱ ABCD Siad AX, CY na h-ingir ar an treasnán BD ó A agus C. Bruthuigh AX = CY.

8) (i) I dtriantán dronuilleach ~~teaspáin~~ gur uilleacha cómhlíontacha iad an dá uilleann eile,

(ii) I dtriantán chómhchosach áirithe is ionann leath na stuac-uilleann agus trian de gach bhonnuillinn. Áireamh na h-uilleacha go léir, agus línigh triantán den chineál sin le compás agus riail.

9) I ngach rhombus cómhroinneann na treasnáin na h-uilleacha a ngabhann siad tríothu.

10) I gciorcail chothroma (a) gearrann stilleacha cóimhionanna ag na láir stuaghanna cómhfhada ar na h-imlínte, agus a chonverse sin, (b) gabhann stuaghanna cómhfhada de na h-imlínte uilleacha cothroma ag na láir.

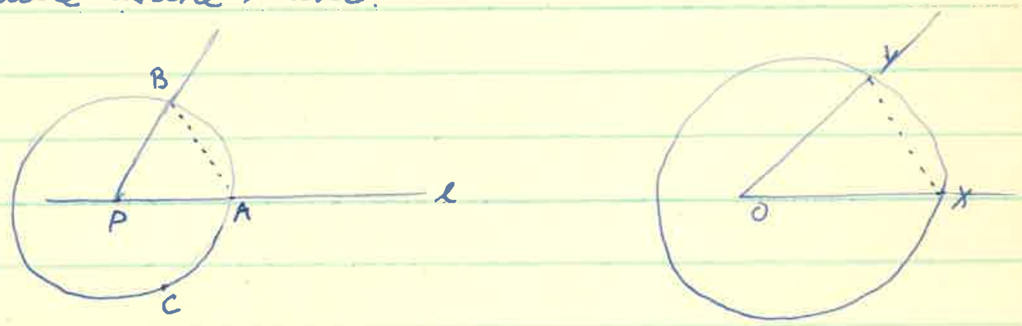
[Lide: an t-aistriú a leagas lár ciorcail acu ar lár an chiorcail chothruim eile a bhreithniú, agus teoirim III a úsáid]

11. Más cómhfhada trasnáin pharallélograim, taspáin gur aisí suiméitreachta ann línte ceangail lár na slios atá ar aghaidh a chéile; agus d'á bhrí sin gur dronuilleog í an ▭.

Baintear leas as cheist 10 thuas chun na ceisteanna seo a réiteach le compás agus riail.

Ceist I

Ag pointe P ar dhronlíne áirithe l, tarraing an dronlíne a ghníos uille áirithe leithi.



Abair gurb í $\angle XOY$ an uille áirithe a tugtar.

Réiteach

Tarraing ⊙ ar bith gurb é O a lár a ghearras géaga na h-uilleann in X agus Y, abair.

Tarraing ⊙ cothrom ar lár dó P agus tabhair A ar phointe den dá phointe ina ngearrann sé l. Tarraing ⊙ eile ar lár dó A gurb é fad an chórda XY a ga, a ghearras an ⊙ eile in B agus C.

'Sí PB (nó PC) an dronlíne a fheileas.

Cruthúnas

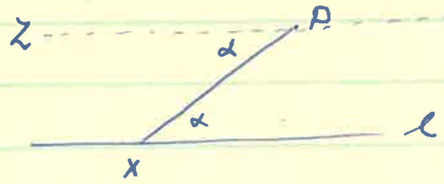
De réir na tógála, cordaí cómhfhada i gciorcail chothroma iséa XY agus AB

$\therefore$ Tá $X\hat{O}Y = A\hat{P}B$.

[Mar an gceanna tá $A\hat{P}C = X\hat{O}Y$ freisin]

Ceist 2

Trí phointe áirithe P, tarraing an dronlíne a bheas parallélach le dronlíne áirithe $\underline{l}$



Réiteach

Tóg pointe ar bith X san dronlíne $\underline{l}$ agus ceangail XP. Aimsigh (mar a rinneadh i gceist 1 é) an dronlíne tré P a ghníos an uille $\hat{\alpha}$ le PX, ach ní mór an dronlíne sin den phéire a thoghadh ionnas gur uilleacha altéarnacha iad an dá uillinn chothroma. De réir teoirme X tá ZP // le $\underline{l}$.

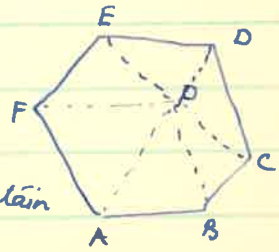
Téarmaí

Tugtar poligón ar fhioghair iadta a ghintear le dronlínte. Is pentagón é má tá cúig sleasa ann, agus hexagón isea é má tá sé sleasa ann.

Poligón rialta a tugtar ar an bpoligón, má's comhfhada na sleasa go léir agus má's comhméad do na h-uilleacha go léir.

Nóta ar uilleacha pholigóin

I bpoligón ar bith fána $\underline{n}$ cinn de shleasa, tá suim na n-uilleann istigh cothrom le $(n-2)180°$, nuair nach uille aisfhillteach í uille ar bith díobh.



Cruthúnas

Má ceangailtear rinn an pholigóin le pointe ar bith $\underline{O}$ istigh, gintear $\underline{n}$ triantáin agus tá $180°$ i n-uilleacha gach triantáin acu.

Sin $n.180°$ i n-iomlán, ach ní mór na h-uilleacha ag O (gurb ionann le chéile iad agus $360°$) a dhealú uaidh.

$\therefore$ 'Sé $(n-2)180°$ suim na n-uilleann istigh.

Cleachtaithe

1) Faigh (i) i gcóir phentagóin, agus (ii) i gcóir hexagóin, suim na n-uilleann istigh.

Má's fíoghracha rialta iad, faigh méad gach uilleann.

2) Tá dhá uillinn i dtriantán cothrom (leith ar leith) le dhá uillinn i dtriantán eile. Teaspáin gur cómhméad don dá uillinn eile freisin.

/p

3) Nuair castar dronlíne AB tré 180° timpeall Pointe O amuigh, leagtar AB anuas go cruinn ar A_1B_1. Cruthuigh, (i) go bhfuil B_1A_1 // le AB, agus (ii) go bhfuil AB_1 = agus // le BA_1.

Italics →

4) Sa triantán ABC 'siad L, M, lár na slios AB ~~is~~ agus AC, agus castar an △ALM tré 180° timpeall M go leagtar ar an △CNM é.

Cruthuigh (i) go bhfuil CN = agus // le BL; (ii) go bhfuil LM // le BC agus = $\frac{1}{2}$BC.

Italics →

5) Tré L lár an tslesa AB sa triantán ABC, tarraingítear dronlíne atá // le BC agus is in M a ghearras sí AC.

De bharr an △ALM a chasadh tré 180° timpeall L, cruthuigh go gcómhroinneann LM an slios AC freisin.

6) Pointí i/sea A, B ar an taobh chéanna de dhronlíne áirithe l, agus Bé X lár na dronlíne AB. Teaspáin go bhfuil an t-ingear ó X ar l cothrom le leath-/shuim na n-ingear ó A agus B uirthi.

7) Sa bparallélogram ABCD 'siad E, F lár na slios AD is BC.

Teangmhaíonn BE agus DF leis an treasnán AC sna pointí X agus Y.

New par. → De bharr chasta timpeall lár AC cruthuigh go bhfuil DF // le EB

C

Teaspáin freisin go bhfuil AX = XY = YC.

8) Sa gceathairshleasán ABCD, tá AB agus DC parallélach gan a bheith cómhfhada, agus tá AD is BC cómhfhada gan a bheith parallélach.

Cruthuigh go bhfuil $\hat{D} = \hat{C}$, agus $\hat{A} = \hat{B}$.

9) Nuair sintear slios triantáin má tá comhroinnteóir na hUilleann amuigh parallélach leis an slios atá ós cóir na hUilleann, teaspáin gur triantán comhchosach é.

10) Sa $\triangle ABC$ teangmhaíonn comhroinnteóir na hUilleann A leis an mbonn BC in X, agus pointí ar na sleasa AB is AC isea Y agus Z ionnus gur ▱ é AYXZ.

Cruthuigh (i) gur rhombus é AYXZ, agus (ii) go bhfuil $ZY \parallel$ le BC

~~Is é M~~

11) Sa $\triangle ABC$ ~~is é M~~ lár an t-sleasa BC (isea M) agus 'sé an cineál triantáin é ABC go bhfuil $MB = MA = MC$.

Cruthuigh gur triantán dronuilleach é ABC.

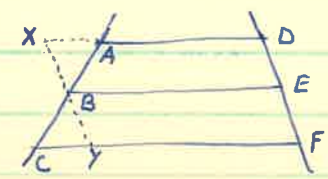
12) Pointe isea P idir dhá dhronlíne theangmhálacha l, m. Mínigh cé'n chaoi ina dtarraingítear dronlíne tré P a ghearras l, m sna pointí X agus Y, ionnus go mbeidh $PX = PY$.

[Lide: an fhioghair a chasadh tré 180° timpeall P].

Teoirmí Breise

Teoirim A

Má ghearrann trí dronlínte parallélacha (nó tuille) míreanna comhfhada ar threasnaí amháin, is míreanna comhfhada a ghearras siad ar gach treasnaí eile freisin.



Hipotéis: Tá AD, BE, CF $\parallel$ le chéile, agus tá $AB = BC$

Tátal: Tá $DE = EF$.

<u>Tógáil</u> Tarraing trí B an líne XBY atá // le DF.

<u>Cruthúnas</u>

Má castar an Δ BAX trí 180° timpeall B, cuirtear BA ar BC agus leagtar AX ~~fan~~ ar an bparailéil CY.

Ach is fan na líne BY a cuirtear BX.

$\therefore$ Tuiteann X ar Y, agus tá BX = BY.

Ach tá BX = ED de bhrí gur $\square$ é XDEB; mar an gceánna tá BY = EF.

Fágann sin go bhfuil DE = EF.

Q.E.D.

<u>Nóta 1</u> Is cuma cé mhéad línte // a tarraingítear, is féidir an teoirim a thagairt do gach trí cinn leantacha díobh.

<u>Nóta 2</u>

De thairbhe na teoirime seo, is féidir dronlíne chuimseach AB a roinnt in n comhchoda mar seo a leanas.

Tarraing dronlíne eile trí A agus marcáil uirthi n línte comhfhada leantacha, AX_1, X_1X_2, X_2X_3, ... $X_{n-1}X_n$.

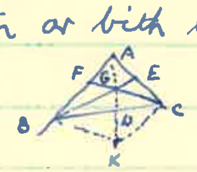
Ceangail X_nB agus trí $X_1, X_2, \ldots X_{n-1}$ tarraing dronlínte atá // le X_nB. Má's iad $Y_1, Y_2, \ldots Y_{n-1}$ a ghearras siad AB, tá

$AY_1 = Y_1Y_2 = Y_2Y_3 = \ldots Y_{n-1}B$.

<u>Téarma</u> Tugtar meánlíne thriantáin ar dhronlíne a cheanglaíos rinn ar bith le lár an t-sleasa os a chóir.

<u>Teoirim B</u>

I dtriantán ar bith línte comhreathacha isea na meánlínte.



<u>Hipotéis</u> Meánlínte isea BE agus CF a ghearras a chéile in G.

<u>Tátall</u> 'Sé AG an mheánlíne eile.

<u>Tógáil</u> Sín AG go dtí K ionnas go mbeidh AG = GK. Ceangail CK, BK.

<u>Cruthúnas</u>

Sa triantán AKC lár na slios AC is AK isea E, G. $\therefore$ Tá GE // le KC.

Mar an gceánna sa Δ ABK, tá FG // le BK.

Fágann sin gur $\square$ é BGCK, agus ó suimeitreacht an $\square$ tá DB = DC.

$\therefore$ Meánlíne isea AGD.

Q.E.D.

<u>Atora</u> Ó tharla AG = GK, GD = DK, tá AG = 2GD.
Mar an gceánna tá BG = 2GE, CG = 2GF.
Tugtar meánlár an triantáin ar an bpointe G.